**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Теория распределений и их характеристики

Probability Distributions and Their Properties

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 2

Регистрационный номер рабочей программы: 027135

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Исследовать классические вероятностные распределения, изучить их свойства, акцентируя внимание на тех, которые характеризуют данное распределение.

Цель изучения дисциплины: познакомить обуучающихся с наиболее распространенными в научной литературе вероятностными распределениями.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Для того, чтобы приступить к освоению предлагаемого курса, достаточно знать основные понятия классической теории вероятностей и математической статистики.  
Материал курса поможет на примере ряда рассматриваемых областей теории вероятностей оценить роль отдельных вероятностных распределений, некоторые специфические свойства которых часто позволяют подсказать нужное направление исследований и существенно упростить вывод доказываемых соотношений.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен знать:

Смеси распределений. Примеры классических распределений. Преобразование Смирнова и другие полезные взаимоотношения между распределениями.

Порядковые статистики. Распределения, связанные с ними. Распределения порядковых статистик. Бета-распределение. Представление экспоненциальных порядковых статистик в виде сумм независимых случайных величин. Два представления для равномерных порядковых статистик. Нахождение моментов порядковых статистик. Предельные распределения выборочных квантилей. Условные распределения порядковых статистик. Условная независимость отрезков вариационного ряда. Асимптотическая нормальность сумм элементов отрезка вариационного ряда. Три типа предельных распределений экстремумов (максимальных, минимальных порядковых статистик, k-х максимумов).

Экспоненциальные и гамма распределения в классических системах массового обслуживания. Основные элементы систем массового обслуживания и их классификация . Простейший поток требований и экспоненциальное распределение. Переходный и стационарный режимы для систем M/M/1 с ожиданием. Стационарный режим для систем M/M/S без ожидания. Метод вложенных цепей Маркова для систем GI/M/1. Гамма - распределение и метод фиктивных фаз Эрланга для систем Ek/M/1.

Характеризации вероятностных распределений. Xарактеризации нормального распределения (теоремы Бернштейна, Скитовича-Дармуа, Кагана-Линника-Рао). Геометрическое и экспоненциальное распределения и свойство отсутствия последействия. Характеризация экспоненциального распределения свойством минимальной порядковой статистики. Характеризация t-2 распределения Стьюдента равенством по распределению выборочной середины размаха и выборочной медианы.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

В качестве основных интерактивных форм предполагается проведение практических занятий, посвященных применению разнообразных теоретических знаний к решению конкретных расчетных задач. Активных и интерактивных форм учебных занятий – 30 часов.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  |  | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 10 |  | 30 | 2 |
|  |  |  |  | 10-25 |  |  |  |  | 10-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО |  |  |  | 30 |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 30 |  | 10 |  |  | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 6 |  |  | зачёт, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Содержание курса «Теория распределений и их характеристики»

**Часть 1.** *Вероятностные распределения и соотношения между ними*

Типы вероятностных распределений. Смеси распределений. Примеры классических распределений. Преобразование Смирнова и другие полезные взаимоотношения между распределениями.

**Часть 2.** *Порядковые статистики. Распределения, связанные с ними*

Распределения порядковых статистик. Бета-распределение. Представление экспоненциальных порядковых статистик в виде сумм независимых случайных величин.

Два представления для равномерных порядковых статистик. Нахождение моментов порядковых статистик. Предельные распределения выборочных квантилей. Условные распределения порядковых статистик. Условная независимость отрезков вариационного ряда. Асимптотическая нормальность сумм элементов отрезка вариационного ряда. Три типа предельных распределений экстремумов ( максимальных, минимальных порядковых статистик, k-х максимумов).

**Часть 3.** *Экспоненциальные и гамма распределения в классических системах массового обслуживания*

Основные элементы систем массового обслуживания и их классификация . Простейший поток требований и экспоненциальное распределение. Переходный и стационарный режимы для систем M/M/1 с ожиданием. Стационарный режим для систем M/M/S без ожидания. Метод вложенных цепей Маркова для систем GI/M/1. Гамма - распределение и метод фиктивных фаз Эрланга для систем Ek/M/1.

**Часть 4**. *Характеризации вероятностных распределений*

Xарактеризации нормального распределения (теоремы Бернштейна, Скитовича-Дармуа, Кагана-Линника-Рао). Геометрическое и экспоненциальное распределения и свойство отсутствия последействия. Характеризация экспоненциального распределения свойством минимальной порядковой статистики. Характеризация t-2 распределения Стьюдента равенством по распределению выборочной середины размаха и выборочной медианы.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение практических занятий. Решение задач, рассказ решений у доски.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

В течение учебного процесса по дисциплине задаются задачи и упражнения для самостоятельной работы, проводятся консультации и зачет. В процессе обучения каждый учащийся снабжается набором задач, которые необходимо уметь решать для положительной оценки по аттестации.

***Методика проведения зачета***

Зачет проводится в устной или письменной форме. Преподаватели имеют набор контрольных практических и теоретических заданий и тестов для проведения зачета. Зачет выставляется по итогам текущего контроля и результатам решения контрольных заданий и тестов во время проведения промежуточной аттестации.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы зачета не разрешается. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт, и студент удаляется с экзамена.

*Критерии выставления оценок:*

«Зачет» ставится за полностью решенные задания текущего контроля, контрольных тестов и заданий и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы:

а) Каким образом можно получить гамма-распределение с n степенями свободы с помощью экспоненциального распределения?

б) Взаимоотношения равномерного и бета распределений?

в) Три типа предельных распределений для минимальных порядковых статистик.

г) Какие свойства гамма -распределения используются при изучении систем массового обслуживания с эрланговским входящим потоком требований?

д) Какие характеризационные свойства объединяют геометрическое и экспоненциальное распределения ?

Примерный перечень вопросов к зачету по всему курсу:

1) Классические типы вероятностных распределений и взаимоотношения между ними.

2) Преобразование Смирнова и другие полезные взаимоотношения между распределениями.

3) Бета-распределение и распределения порядковых статистик.

4) Представление экспоненциальных порядковых статистик в виде сумм независимых случайных величин.

5) Два представления для равномерных порядковых статистик.

6) Нахождение моментов порядковых статистик.

7) Предельные распределения выборочных квантилей.

8) Условные распределения порядковых статистик. Условная независимость отрезков вариационного ряда.

9) Асимптотическая нормальность сумм элементов отрезка вариационного ряда.

10) Три типа предельных распределений экстремумов (максимальных, минимальных порядковых статистик, k-х максимумов).

11) Основные элементы систем массового обслуживания и их классификация.

12) Простейший поток требований и экспоненциальное распределение.

13) Переходный и стационарный режимы для систем M/M/1 с ожиданием.

14) Стационарный режим для систем M/M/S без ожидания.

15) Гамма - распределение и метод фиктивных фаз Эрланга для систем Ek/M/1.

16) Xарактеризации нормального распределения (теорема Бернштейна и теорема Скитовича-Дармуа)

17) Постоянство регрессии одной линейной статистики на другую (теорема Кагана-Линника-Рао).

18) Геометрическое и экспоненциальное распределения и свойство отсутствия последействия.

19) Характеризация экспоненциального распределения свойством минимальной порядковой статистики.

20) Характеризация t-2 распределения Стьюдента равенством по распределению выборочной середины размаха и выборочной медианы.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Оценка обучающимися содержания и качества учебного процесса по дисциплине осуществляется в установленном в СПбГУ порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К проведению занятий должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

Не требуется.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать группу в соответствии со списком обучающихся.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Доска для письма мелом или фломастером.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. N. Balakrishnan, V.B. Nevzorov. A Primer on Statistical Distributions. Wiley, 2003.

2. Каган А.М., Линник Ю.В., Рао С.Р. Характеризационные задачи математической статистики. Наука, главная редакция физ-мат литературы, 1972.

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

1. Галамбош Я. Асимптотическая теория экстремальных порядковых статистик. М. Наука, 1984.

2. Невзоров В.Б. Рекорды. Математическая теория. М. Фазис, 2000.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

Не требуется.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Невзоров В.Б., профессор, докт.физ.-мат.наук.

Рецензент: Мелас В.Б.,профессор, докт.физ.-мат.наук.